

Prof. Dr. Alfred Toth

Gibt es die leere Menge in der Ontik?

1. $A \subseteq B$ gdw. $A \cup B = B$. Da keinerlei Vorgaben über A gemacht wurden, dürfen wir setzen $A = \emptyset$, und dann folgt aus $\emptyset \cup B = B$ also $\emptyset \subseteq B$. Da auch keinerlei Vorgaben über B gemacht wurden, ist somit die leere Menge Teilmenge jeder Menge.

Sei also z.B. $B = (1, 2, 3)$, dann ist die Menge aller Teilmengen von B

$\mathcal{T}B = (1, 2, 3, (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 2, 3), \emptyset)$,

d.h. $\text{card}(\mathcal{T}B)$ für $\text{card}(B) = 3$ ist damit $2^3 = 8$.

Bemerkenswert ist die folgende Formulierung Hausdorffs: "Außer den Mengen, die Elemente haben, lassen wir auch eine Menge 0, die Nullmenge, zu, die kein Element hat; die Gleichung $A = 0$ bedeutet also, daß auch die Menge A kein Element hat, verschwindet, leer ist" (1914, S. 3). Das Verschwinden ist heute längst kein mathematischer Begriff mehr.

2. Für ungeordnete Mengen gilt nach Hausdorff: "Zwei Mengen A, B werden dann und nur dann als gleich betrachtet ($A = B$), wenn sie genau dieselben Elemente enthalten, wenn also jedes Element der einen auch Element der andern ist" (1914, S. 2.). Somit gilt für unsere Menge B

$B = (1, 2, 3) = (1, 3, 2) = (2, 1, 3) = (2, 3, 1) = (3, 1, 2) = (3, 2, 1)$.

Nehmen wir nun aber an, daß die Ordnung der Elemente einer Menge eine Rolle spielt, d.h. daß $B = \langle 1, 2, 3 \rangle$ eine geordnete Menge ist und daß somit

$B = \langle 1, 2, 3 \rangle \neq \langle 1, 3, 2 \rangle \neq \langle 2, 1, 3 \rangle \neq \langle 2, 3, 1 \rangle \neq \langle 3, 1, 2 \rangle \neq \langle 3, 2, 1 \rangle$

gilt. Nach dem Gesetz von Wiener (1914) kann man jede n -stellige geordnete Menge für $n \geq 2$ als Paarmenge darstellen und diese als ungeordnete Menge definieren

$\langle A, B \rangle = \{A, \{A, B\}\}$.

Vermöge Hausdorff (1914, S. 71) ist die letztere Definition jedoch gleich der folgenden

$$\langle A, B \rangle = \{\{A, \emptyset\}, \{y, 1\}\},$$

d.h. die leere Menge ist nicht nur bei ungeordneten, sondern auch bei geordneten Mengen Teilmenge jeder Menge.

2. Jedes System läßt sich als Menge seiner Teilsysteme definieren (vgl. Toth 2012). Dabei gilt

$$S^0 = [S^1, [S^2, [S^3, [\dots,]]]],$$

d.h. jedes Teilsystem S^n mit $n > 0$ ist in einer aufsteigenden Reihe ganzer Zahlen tiefer eingebettet und damit natürlich geordnet. Als ontische Modelle benutzen wir die Menge der Teilsysteme des Restaurants Sizin an der Rue du Faubourg du Temple in Paris.



Rest. Sizin, 36, rue du Faubourg du Temple, 75011 Paris



Rest. Sizin, 36, rue du Faubourg du Temple, 75011 Paris



Rest. Sizin, 36, rue du Faubourg du Temple, 75011 Paris



Rest. Sizin, 36, rue du Faubourg du Temple, 75011 Paris



Rest. Sizin, 36, rue du Faubourg du Temple, 75011 Paris



Rest. Sizin, 36, rue du Faubourg du Temple, 75011 Paris



Rest. Sizin, 36, rue du Faubourg du Temple, 75011 Paris

Wie man leicht erahnen kann, enthält im Rahmen der allgemeinen System-Definition $S^* = [S, U, E]$ (vgl. Toth 2015) weder S^0 , noch U^0 , noch E^0 die leere Menge, d.h. selbst dann, wenn es sich, im Falle eines Restaurants, um Räume handelt, die nur dem Personal zugänglich sind, so sind diese keinesfalls leere Teilsysteme, und dasselbe gilt für leere Umgebungen und leere Abschlüsse.

3. Nach Bense (1967, S. 9) kann jedoch jedes beliebige Objekt Ω vermittelt Metaobjektivierung zum Zeichen Z erklärt werden

$$\mu: \Omega \rightarrow Z,$$

und das Zeichen als triadische Relation läßt sich vermöge Bense (1981, S. 11 ff.) in der Form von, Primzeichen genannten, Zeichenzahlen, d.h. durch

$$Z = \langle 1, 2, 3 \rangle$$

darstellen. Da die Nullmenge Teilmenge der jeder Menge ist, folgt also direkt

$$\emptyset \subset Z,$$

d.h. das leere Zeichen ist eine Teilmenge der Zeichenrelation, oder, impressionistisch ausgedrückt, wie es Elisabeth Walther in einer Vorlesung um 1988 formulierte: "Auch die Abwesenheit eines Zeichens ist ein Zeichen" – dann nämlich, wenn, um Hausdorffs Begriff zu benutzen, etwa ein Ehering als Zeichen für den Ehestand von einem Finger "verschwindet". Da wir in einer langen Reihe von Arbeiten die Isomorphie von Ontik als der Wissenschaft der Objekte und der Semiotik als der Wissenschaft der Zeichen nachgewiesen haben, folgt aus $\emptyset \subset Z$ natürlich vermöge Isomorphie

$$\emptyset \subset \Omega,$$

auch wenn ontische Leere, genauso wenig wie semiotische Leere, immer nur als Fehlen, d.h. nicht als neutrales "Nichts" im Sinne der leeren Menge, existiert. Wesentlich ist aber, daß die Vorstellung, daß etwa Systeme wie Häuser oder Umgebungen wie Wälder oder auch topologische Abschlüsse wie Wände in der Mythologie oft "verborgene" Türen, Öffnungen, Spalten usw. enthalten, deren Leerheit ebenso wie die semiotische und ontische Leerheit im Gegensatz zur mathematischen Leerheit nicht-leer ist. Das wohl bekannteste Beispiel für ein System als Menge von Teilsystemen, das leere ontische Teilsysteme enthält, ist Stephen Kings Roman "Shining", noch bekannter durch Stanley Kubricks gleichnamigen Film (1980). Das folgende Bild aus diesem Film zeigt zwei Subjekte, die aus dem "pleromatischen Kenoma" ontisch leerer Teilmengen erschienen sind



und dem genau die gleiche Form von nicht-leerer ontischer Leere zugrunde liegt wie etwa den zahlreichen Höllenvorstellungen religiöser Mythologien. Wesentlich an diesen Jenseitsvorstellungen ist also nicht die Erscheinung von Subjekten, sondern die ontisch nicht-existierenden Orte, d.h. leeren Teilmengen, die nur via Semiotik qua Isomorphie auf die Ontik übertragen werden können.

Literatur

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Hausdorff, Felix, Grundzüge der Mengenlehre. Berlin 1914

Toth, Alfred, Systeme, Teilsysteme und Objekte I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

Toth, Alfred, Zu einer triadischen System-Definition. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Wiener, Norbert, A simplification of the logic of relations. In: Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 17, 1914, S. 287-390 15.4.2016